

CÓMO SE DESCRIBE

El radio no cambia: lo único que evoluciona es la **posición angular** $\theta(t)$, medida desde el eje x . Conviene trabajar con dos versores que *giran con la partícula*:

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j},$$

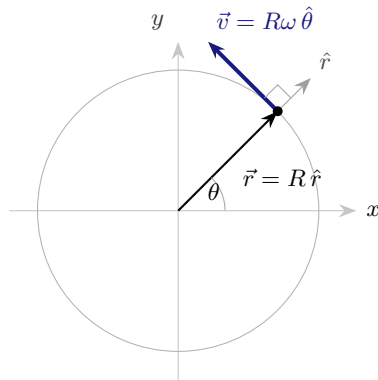
$$\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}.$$

Son unitarios y perpendiculares entre sí. Con ellos la posición es simplemente

$$\vec{r}(t) = R \hat{r},$$

con R constante. Las dos magnitudes que describen el giro son

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right], \quad \gamma = \frac{d\omega}{dt} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right].$$



VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

Derivando $\vec{r} = R \hat{r}$ una vez y otra más (usando $d\hat{r}/dt = \omega \hat{\theta}$ y $d\hat{\theta}/dt = -\omega \hat{r}$):

$$\vec{v} = R\omega \hat{\theta}, \quad |\vec{v}| = R|\omega|,$$

$$\vec{a} = \underbrace{R\gamma}_{a_t} \hat{\theta} - \underbrace{R\omega^2}_{a_n} \hat{r}.$$

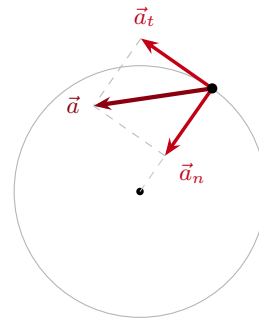
Las dos componentes hacen cosas distintas:

$$a_t = R\gamma = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \quad \text{cambia el módulo}$$

$$a_n = R\omega^2 = \frac{v^2}{R} \quad \text{cambia la dirección}$$

a_n apunta siempre **hacia el centro** (por eso se la llama centrípeta) y el módulo total es

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}.$$



LOS DOS CASOS

Las fórmulas son las del movimiento rectilíneo cambiando x por θ :

MCU ($\gamma = 0$, ω constante): $a_t = 0$, así que $\vec{a}$ es *toda* centrípeta.

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t,$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

MCUV (γ constante):

$$\omega(t) = \omega_0 + \gamma t,$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2.$$

LOS ÁNGULOS ENTRE VECTORES

- $\vec{r} \perp \vec{v}$ **siempre**, en cualquier movimiento circular. Es consecuencia de que $|\vec{r}|$ no cambia.
- $\vec{v} \perp \vec{a}$ **sólo en el MCU**. Si $\gamma \neq 0$ el ángulo entre ellos sale de $\tan \varphi = a_n/a_t$.
- a_n **nunca** puede ser cero si hay movimiento: $v^2/R = 0$ exigiría $v = 0$. a_t sí puede, y ese es exactamente el MCU.

PARA USARLO EN LA GUÍA

- **Vueltas** en un intervalo: $N = \Delta\theta/2\pi$.
- **Reconocer el círculo** a partir de $x(t)$ e $y(t)$: buscar centro y radio comprobando que $(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2$ dé constante. Por ejemplo $x = \sin \omega t$, $y = \cos \omega t + 1$ es la circunferencia de radio 1 centrada en $(0, 1)$.
- **Órbitas**: si la rapidez es constante, $a_c = v^2/R$ y nada más.

Receta. Identificar R y $\theta(t) \rightarrow$ derivar para ω y $\gamma \rightarrow v = R\omega$, $a_t = R\gamma$, $a_n = R\omega^2 \rightarrow$ preguntarse si γ es cero: si lo es, es MCU y sobra la mitad de la cuenta.